# 偏光子と位相子の同期回転による

4 検出器型偏光計の校正法の提案と評価 高和 研利<sup>\*1</sup> 渋谷 猛久<sup>\*2</sup> 若木 守明<sup>\*3</sup> 高和 宏行<sup>\*4</sup>

# Evaluation of Calibration Method of Four Detector Photopolarimeter by Dual Rotation of Polarizer and Quarter Wave Plate

by

Kento KOWA<sup>\*1</sup>, Takehisa SHIBUYA<sup>\*2</sup>, Moriaki WAKAKI<sup>\*3</sup> and Hiroyuki KOWA<sup>\*4</sup> (Received on Mar. 31, 2017 and accepted on May. 11, 2017)

#### Abstract

We present a novel calibration method using dual-rotation of optical components for a four-detector photopolarimeter (FDP). The optical setup for calibrating the FDP consists of a linear polarizer and a quarter-wave plate at a rotation ratio of 1:2. By analyzing the periodic component of light intensity obtained by the FDP, the instrument matrix is obtained. The experimental results correspond reasonably well with the theoretical values.

Keywords: Photopolarimeter, Calibration, Instrument matrix

# 1. まえがき

偏光解析法は試料の光学定数を求める方法として用い られてきたが、ガラスを含む透明物体の応力測定にも使 用されてきた.この測定法は基板の表面状態の変化に敏 感で、光学定数、特に膜厚に対する感度が高く、膜厚を ナノメートルオーダーの精度で測定出来るという特徴を 有する.近年では光学薄膜を利用した製品の大量生産に 伴い、膜厚を高速で測定する要求が高まっている.

偏光解析装置は偏光子,位相子等の光学素子を回転さ せて測定する方法が一般的であった.試料の面内分布を 計測する際には,測定位置を変えるたびに光学素子を回 転させなければならず,測定に時間がかかってしまうた め,測定時間の短縮が課題であった.また,高価な光学 素子を高精度で回転させるための装置を使うため,偏光 解析装置自体が高額になってしまう.

R. M. A. Azzam によって提案された反射型4検出器型 偏光計(Four Detector Photopolarimeter:以後反射型 FDP)は, 光検出器表面での反射による偏光状態の変化を利用した 偏光計として開発された<sup>1-3)</sup>.この偏光計は4つの光検出 器のみで構成されている.入射光は光検出器に斜入射さ れ,反射光は次に続く光検出器の入射光となり,最後の 4 つ目の光検出器のみ垂直入射する.光検出器でのそれ ぞれの入射面はねじられた関係になっている.各光検出 器での透過光は光検出器で光電流に変換される.これら 4 つの光検出器での光強度,幾何学的配置,および光検

\*4 (株)ユニオプト

出器の偏光特性等から,入射偏光状態が求められる.反 射型 FDP では光検出器以外の高価な光学素子は使用し ておらず,また測定する際に機械的に光学素子を可動さ せる必要がないため,比較的安価で高速測定することが 出来る.しかし,光検出器自身の反射特性を利用してい るため,反射型 FDP への入射角の変化は後に続く光検出 器での入射角も変化する.光検出器へ入射する位置も移 動することになり,光検出器の受光面から外れてしまう 可能性も高い.また,被測定光の偏光状態の範囲があら かじめ分かっている場合,反射型 FDP の測定感度を高め るために,各光検出器への入射角,入射面のねじれ角な ど光学系を変更することも原理的には可能であるが,光 学系の調整は容易ではない.

反射型 FDP における光学系の調整の課題を解決する ために,被測定光の一部を光軸に対して垂直方向に取り 出し光検出器へと導く,透過型配置の4検出器型偏光計 (以後透過型 FDP)が考案された<sup>4)</sup>.この装置は3つのキ ューブ型ビームスプリッタ(以後 BS)を光軸上に直線状 に配置し,それぞれの BS で反射させた光を光検出器へ 導き光強度を得ている.透過型 FDP においては,光の一 部を取り出す角度を変えても被測定光は入射した際の光 軸上から外れることなく最後の光検出器まで導かれる. この方式により光学系の調整および測定領域に合わせた, 幾何学的条件の変更は容易になった.

装置の校正方法に関しては、反射型および透過型 FDP は基本的には同じで、既知の入射偏光 S と光検出器で得 られた光強度 I とを関連付けている.これは FDP で使用 している光学素子および FDP 内部での光学素子の幾何 学的配置が影響するため、あらかじめ校正しておかなけ

 <sup>\*1</sup> 工学研究科電気電子工学専攻修士課程
 \*2 工学部光・画像工学科教授
 \*3 工学部光・画像工学科名誉教授
 \*4 (性)コニナプト

ればならない. 光検出器の経時変化や光学素子の温度変 化は測定精度に影響するため, 測定する直前に校正する ことが望ましく, FDPの校正に要する時間の短縮も重要 な課題である.

本研究では FDP の校正方法として, Azzam らが提案した4 点測定方式(以後4 点法)に対して, 偏光子と位相子を同期回転させる方式を提案するとともに, それぞれの方法で校正した場合の測定精度に関して検討した.

# 2. 偏光のポアンカレ球表示とストークス パラメータ

光の偏光状態はポアンカレ球と呼ばれる半径1の単位 球の表面上の点として表される.ポアンカレ球を地球と 見立てたとき,球の中心点と経度,緯度共に0度の点を 結ぶ軸を $S_1$ 軸,経度0度,緯度90度の点とを結ぶ $S_2$ 軸, そして北極点を結ぶ軸を $S_3$ 軸とした3次元直交座標で ある. $S_1$ , $S_2$ ,そして $S_3$ はストークスパラメータと呼ば れ,各ストークスパラメータと楕円偏光のパラメータは 以下のような関係になる.

$$S_{0} = 1$$

$$S_{1} = \cos 2\theta \cos 2\varepsilon$$

$$S_{2} = \sin 2\theta \cos 2\varepsilon$$

$$S_{3} = \sin 2\varepsilon.$$

$$\therefore \not \subset \bigcup, \quad S_{0} = \sqrt{S_{1}^{2} + S_{2}^{2} + S_{3}^{2}} = 1.$$
(1)

ここで楕円偏光の楕円率角 $\varepsilon$ の2倍の2 $\varepsilon$ を緯度,楕円 偏光の方位角 $\theta$ の2倍の2 $\theta$ は経度に対応する.北半球, 南半球上の点はそれぞれ左回り,右回りの偏光の回転方 向に対応する.北極点と南極点の楕円率角 $\varepsilon$ はそれぞれ  $\pi/4$ ,  $-\pi/4$ となり円偏光を示す.緯度0度の赤道上の点 は直線偏光,それ以外の点は楕円偏光を示す.緯度が変 わるということは直線偏光の振動方向あるいは楕円偏光 の長軸の方向が変わることに対応する.

# 3. FDP の構成および測定原理

本研究で用いた透過型 FDP の光学系を Fig. 1 に示す. 透過型 FDP は、4 つの光検出器と光強度の分割比の異な る 3 つのキューブ型 BS から構成されている. BS は光軸 上に配置され、45 度の反射面からの反射光は光検出器へ と導かれる.透過型 FDP の入射光が入ってくる向きから 見た場合, BS の反射光の方向はそれぞれ異なる方向に 反射させる必要がある.未知の入射偏光 S に対して 1 つ 目の BS<sub>0</sub> で反射光 S<sub>r</sub>'と透過光 S<sub>t</sub>'を生じる. 同様に順次 BS<sub>1</sub>, BS<sub>2</sub>と光を分割していく.反射光 S<sub>r</sub>'~S<sub>r</sub>"および透 過光 S<sub>t</sub>"は光検出器へ到達し、それぞれの光強度に対応 する電流  $i_0 \sim i_3$ が生じる.光電流  $i_{0-3}$ を光強度ベクトル



Fig. 1 Transmission type FDP.

 $I(i_0 i_1 i_2 i_3)$ とした時,光強度ベクトルIと入射する偏光の ストークスパラメータ $S(S_0 S_1 S_2 S_3)$ との間には以下の関係がある,

I = AS. (2)

ただし行列*A*(4×4)は素子の配置や光学的特性によって 決まる装置の特性行列である.この特性行列を決めるこ とが出来れば,光検出器で得られた光強度から偏光状態 を算出することが出来る.

Azzam らの校正法は, 偏光状態が異なる4つの既知の 光 S~S "を FDP に入射させ, それぞれの偏光に対応する 光強度ベクトル I~I"を測定する. すなわち4つの既知の 偏光を FDP に入射させ, それぞれに対応する光電流を測 定することで式(2)は(4×4)の行列式の積になり, 算術的 に特性行列 A が求められる.

FDP での測定は、4 つの光検出器の光強度から未知の 偏光の状態を求めることになり、計測の際には式(2)を変 形した、式(3)を用いる.

 $S = A^{-1}I. ag{3}$ 

FDPでは、光検出器を含む装置を構成している光学素 子の光学特性により特性行列が決定される.したがって、 気温や湿度の変化,BSやディテクターのわずかな角度変 化など、光学素子や測定環境の経時変化によって特性行 列は変化する.これらのことから、FDPでは測定を行う 直前に校正することが望ましい.

### 4. FDP の校正

#### 4.1 4 点法

Azzam らの提案した方法で、4 種類の既知の偏光状態の光と、それに対応する光強度を用いることで、特性行列を決定することができる.

このとき用いる偏光状態の組み合わせは、ポアンカレ 球で見た場合,4種類の偏光状態を示す4点で作られる3 角錐の体積が最大になる組み合わせが好ましいとされて いる<sup>1)</sup>.

4 点法による校正は簡便に行うことができ、理論上で

はすべての偏光状態を測定できる.しかし実際の測定に おいては,校正時に使用する偏光素子の消光比や位相誤 差,軸透過率の違いなどにより,校正に用いた偏光状態 から被測定偏光がポアンカレ球上で離れてしまうと,精 度が低下するという問題がある.

4.2 提案する偏光子と位相子の同期回転による校正



Fig. 2 Experimental optical system.

偏光子と位相子の同期回転による校正に用いた光学系 を Fig. 2 に示す. He-Ne レーザから出射した光は直線偏 光子:LP, 位相子(1/4 波長板)QW と順に透過し,透過型 FDP に入射する. レーザから出射した光をランダム偏光 S, 特性行列を A( $a_{00}$ ~ $a_{33}$ )として直線偏光子 LP と位相子 QW を p:q (p、q は実数)で同期回転させたときに 4 つ の光検出器で得られる光強度 I<sub>n</sub> は式(4)のように表され る.

$$I_{n} = A \cdot QW_{a\theta} \cdot LP_{p\theta} \cdot S.$$
<sup>(4)</sup>

ここで n は 0~3 で光検出器のチャネル番号を表している. θ は測定間隔を決めるための基準となる角度を表している(任意の角度). 式(4)は次のように変形することができる.

$$I_{n} = \frac{1}{4} [2a_{n0} + a_{n1} \{\cos(2p\theta) + \cos(2(p - 2q)\theta)\} + a_{n2} \sin(2p\theta) - a_{n2} \sin(2(p - 2q)\theta)$$
(5)  
$$-2a_{n3} \sin(2(p - q)\theta)].$$

式(5)から,任意の回転比で偏光子と位相子を回転させた時に得られる光強度の周波数成分として特性行列の各成分が決定できる.

### 5. 実験条件

偏光子と位相子の回転比を 1:2 と設定した時の式(5)は 次のように表される.

 $I_n = \frac{1}{4} \{ 2a_{n0} + a_{n1} \{ \cos(2\theta) + \cos(6\theta) \}$ +  $a_{n2} \sin(2\theta + \sin 6\theta) + a_{n3} \sin 2\theta.$  (6) 回転比を 1:2 としたときの光強度は,2 周期成分と6 周期成分が得られる.したがって,各チャネルの周期成 分から特性行列を解析的に決定できる.

## 6. 実験結果

回転比 1:2 としたときの測定例を Fig. 3 に示す. 各光 検出器で得られた光強度は周期的に変化していることが 確認できた. 偏光子と位相子を回転比 1:2 としたときの 光強度から特性行列を決定した.



Fig. 3 Light intensity at rotation ratio 1: 2.

$A^{-1} =$	ſ−0.5385	-0.2583	-0.2111	–0.0778ן	
	-0.1787	-0.5583	0.3459	0.1629	(7)
	0.3596	-0.1947	-0.1095	-0.0716	()
	$L_{-0.5125}$	-0.9401	-0.0950	1.0780 J	

校正により得られた特性行列を用いて赤道上を移動す る,直線偏光の回転および,角度が固定された偏光子を 通過した偏光が回転する 1/4 波長板を透過した場合につ いての偏光状態を計測した.直線偏光の回転に対するス トークスパラメータ S<sub>3</sub>の変化を Fig.4 には示す.従来の 4 点法を用いて校正した場合の結果も比較として同時に 示した.



Fig. 4 Rotation of linearly polarized light.

4 点法で校正した場合の  $S_3$ の最大値  $S_{3max}$  と最小値  $S_{3min}$ の差 $\Delta S_3$ を求めると 0.0605 であった. 一方, 同期回 転法によるものでは $\Delta S_3$ は 0.0332 となった. 4 点法の場 合の標準偏差は 0.0134 であり, 測定値が正負に大きく振 れているのに対して, 同期回転法では 0.00806 でばらつ きが抑えられていることが分かる. しかし, 4 点法では 測定された  $S_3$ の値が 0 を中心に振れているのに対し, 同 期回転法では測定値すべてがマイナスの値となっている.

次に 1/4 波長板の回転に対するストークスパラメータ の変化を計測した.同期回転法の結果を Fig. 5 に,4 点 法の結果を Fig. 6 に示す.グラフ内の黒い実線は 1/4 波 長板の回転に対する各ストークスパラメータの理論値で ある.



Fig. 5 Changes of stokes parameters with rotation of quarter wave plate by synchronous rotation method.



Fig. 6 Changes of stokes parameters with rotation of quarter wave plate by four points method.

これらを比較すると4点法に比べて同期回転法は理論 値の実線の上に測定値の差が少ないことが分かる.各ス トークスパラメータの測定値と理論値の絶対誤差の中で 最大値をTable1に示す.

Table 1 Absolute error of Stokes parameter.

	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>
Synchronous rotation method	0.0176	0.0314	0.0478
Four points method	0.1390	0.1410	0.0387

Table 1 より, S<sub>3</sub>の絶対誤差は 4 点法のほうが小さい が, S<sub>1</sub>及び S<sub>2</sub>の絶対誤差は同期回転法のほうが 1 桁ほど 小さい.

直線偏光の方位角を回転させた場合のΔS<sub>3</sub>及び標準偏 差は共に同期回転法のほうが小さく,1/4 波長板のみを 回転させた時の絶対誤差も,同期回転法のほうが小さく なった.以上より本手法の有効性が確認できた.

# 7. 回転比による偏光状態の軌跡

偏光子と位相子を同期回転させた時のポアンカレ球上 での軌跡により測定精度の安定化に影響が出ると考えた. 従来の4点法では,校正に用いた偏光状態から被測定偏 光がポアンカレ球上で離れてしまうと安定した測定精度 が得られない問題があった.同期回転法では,偏光素子 を回転させた時に得られる光強度の周波数成分から解析 的に求めることにより,ポアンカレ球上を点ではなく線 で求めていると考えられる.このことから,同期回転法 による校正は,校正に用いる偏光状態の軌跡がポアンカ レ球上を広範囲にわたって通っていることが望ましいと 考え,ポアンカレ球上の軌跡を求めた.シミュレーショ ンにより求められた軌跡を Fig.7 に示す.



Rotation ratio (Polarizer : Quarter wave plate)

Fig. 7 Trajectory of the polarization state due to the difference in rotation ratio.

Table 2 Periodic component to rotation ratio.

Rotation ratio	M easured periodic com ponent
1:2	2,6
1:3	2, 4, 10
1 :5	2, 8, 18
1:10	2, 18, 38
5 :1	6, 8, 10
8:9	2, 16, 20

回転比 1:2 より 1:5, 8:9, 1:10 のように比率が大きい 方がポアンカレ球表面の広い範囲を通っていることが Fig. 7 より確認できる.式(5)を用いていくつかの回転比 に対応する周期成分を求めた結果を Table 2 に示す.

Table2 より,回転比が大きくなると高次の周波数成分 を測定しなければならず,必要になる測定回数も増加し てしまう.結果として校正に多大の時間を要することに なることが明らかになった.

### 8. まとめ・今後の展望

FDPの校正法として同期回転法は4点法に比べ標準偏差,絶対誤差共に低減することが出来た.しかしながら 直線偏光の観測において測定値が全てマイナス側であっ たことは,使用する偏光素子の入射偏光依存性に関して 検討する必要がある.

校正時の偏光素子の回転比を変えることによりポアン カレ球上の軌跡も大きく変化し,広範囲を網羅すること が可能になる.しかしながら校正に用いる測定回数の増 加は避けられず校正に要する時間が長くなってしまう. 校正装置を高速化することで解決可能であるが,高速化 に伴い装置全体として高額になってしまう.

FDP をライン検査のような産業機器に組み込んで用いる場合,必要とされる測定精度を満足するために校正に用いる回転比および測定回数を決定する際には,校正に要する時間を含め総合的に考慮する必要がある.

#### 謝辞

本研究を進めるにあたり有益な御助言をいただきまし た東京工芸大学名誉教授、川畑州一先生に深謝いたしま す.

### 参考文献

- R. M. A. Azzam: Arrangement of four photodetectors for measuring the state of polarization of light, OPTICS LETTERS, Vol. 10, No. 7, (1985).
- R. M. A. Azzam: Mueller-matrix measurement using the four-detector photopolarimeter, OPTICS LETTERS, Vol. 11, No. 5, (1986).
- R. M. A. Azzam, E. Masetti, I. M. Elminyawi, and F. G. Grosz: Construction, calibration, and testing of a four detector photopolarimeter, Review of Scientific Instruments, 59, 84(1988).
- 川畑 州一:透過型 Four Detectors Polarimeterの開発 とその応用,東京工芸大学工学部紀要, Vol. 27, No. 1, (2004).
- S. Matsuda, T. Shibuya, M. Wakaki and S. Kawabata: Development and evaluation of transmission type four detectors photopolarimeter, Society of Advanced Science, Vol. 21, No. 1&2, (2009).
- 6) R. M. A. Azzam and Ali G. Lopez: Accurate calibration of the four-detector photopolarimeter with imperfect polarizing optical elements, Journal of the Optical Society of America, Vol. 6, No.10, (1989).
- R. M. A. Azzam, I. M. Elminyawi, and A. M. El-Sada: General analysis and optimization of the four-detector photopolarimeter, Journal of the Optical Society of America, Vol. 5, No. 5, (1988).
- R. M. A. Azzam: Instrument matrix of the four-detector photopolarimeter: physical meaning of its rows and columns and constraints on its elements, Journal of the Optical Society of America, Vol. 7, No. 1, (1990).