

高次モードを考慮した端板振動と円筒内部音場との連成

西川 功一^{*1} 鈴木 一矢^{*2} 土屋 寛太朗^{*3} 森山 裕幸^{*4}

Coupling Phenomena between End Plate Vibrations and the Sound Field inside a Cylindrical Structure in Consideration of High-Order Modes

by

Koichi NISHIKAWA^{*1}, Kazuya SUZUKI^{*2}, Hirotarou TSUCHIYA^{*3} and Hiroyuki MORIYAMA^{*4}

(Received on Sep. 30, 2014 and accepted on Dec. 18, 2014)

Abstract

In this study, vibroacoustic coupling between plate vibrations and an internal sound field of a cylindrical structure with thin end plates, which is subjected to a harmonic point force at one of its ends, is considered. A natural frequency of the end plates is selected as the forcing frequency, causing the one end plate to vibrate in high-order mode. The resulting vibroacoustic coupling is then analyzed theoretically and experimentally by considering the dynamic behavior of the plates and the acoustic characteristics of the internal sound field as functions of the cylinder length and plate thickness. The theoretical results are validated experimentally through an excitation experiment using an experimental apparatus that emulates the analytical model. As a result of the above consideration, the behavior of vibroacoustic coupling is characterized by the distinction with respect to whether some acoustic modes take part in its phenomena. Moreover, instead of the harmonic excitation, a random excitation that is close to actual situations is considered in the same experiment. The electricity generation experiment is also performed by installing piezoelectric elements at each center of both plates. The vibroacoustic coupling phenomena behave similarly to those of the harmonic excitation in the fundamental vibration component even if the point force consists of many frequency components, weakened by the other frequency components.

Keywords: Vibroacoustic coupling, Cylindrical structure, End plate high-order mode, Internal sound field

1. 緒 言

エネルギー消費効率を向上させることと同様に、もとある環境のエネルギーを回収して有効利用することは、省エネルギーを推進する上で重要である。日常生活において広く用いられている薄肉円筒構造が外部周期力を受けると、構造振動は内部に形成された音場との間に連成を生じる。音振動連成は振動と音響モードの間のエネルギー伝達によって引き起こされる。また、その促進はエネルギー伝達の効率に非常に依存する^{1,2)}。このような円筒構造は構造の内部に空間を有するため、外部から各種周期的な負荷を受けた際、振動系と音響系の間には互いに影響を与える強い音振動連成現象が生じることが知られている^{3,4)}。このような音振動連成現象は基本モードの端板振動で促進され易いが、関与する音響モードが限定されるため現象の把握は比較的容易である。しかし、高次振動モードでは連成現象により励起される音響モードを限定することは難しいため、音振動連成はやや複雑な挙動を

呈することになる⁵⁾。さらに、様々な振動モードが混在することになるランダム加振では、音場との連成現象は一層複雑化することになる。このような音振動連成は実問題に近い状況を想定しているため、その検討は非常に重要である。

そこで本研究では、円筒の両側に配置されている端板の片方に加振力を受ける研究モデルを取り上げ、高次の端板振動モードと内部音場の音響モード間で生じる音振動連成現象について、その促進状態に与える振動特性を、形状寸法などの影響を理論解析及び実験により検討している。また上記結果を参考に、ランダム加振時の音振動連成現象についても言及している。

2. 解析方法

2.1 解析モデル

Fig. 1 に本研究で用いた解析モデル図を示す。座標は端板の面内方向及び音場の横断面方向を距離 r と θ で表し、筒長方向を z としている。端板は全て同径の半径 a と厚さ h とし、図中の各記号にある添え字 1, 2 はそれぞれ端板 1, 2 を意味している。音場は端板と同径で筒長 L の円筒形音場を想定しており、端板以外の境界面は構造及び音響的に剛体としている。端板はばね定数 $T(\text{N/m}^2)$

*1 工学研究科機械工学専攻修士課程

*2 工学研究科機械工学専攻修士課程

*3 総合理工学研究科総合理工学専攻博士課程

*4 工学部動力機械工学科教授

と $R(N)$ の直線ばねと回転ばねによって周辺が均等に支持されており、ばね定数を変化させることで様々な支持条件を仮定することができる。加振力は $F=1\text{N}$ を端板 1 の中心から $\theta=0\text{deg}$ の位置に正弦波で負荷しており、各種振動モードを励起する周波数に設定されている。振動モードは θ 方向次数 n と r 方向次数 m で (n,m) としており、 (n,m) 次モードを励起する周波数を f_{nm} としている。本研究では端板振動の基本モードとして $(0,0)$ 次モード、高次モードとして $(1,0)$, $(0,1)$, $(1,1)$, $(0,2)$ 次モードを取り上げるが、加振位置は $(0,0)$, $(1,0)$ 次モードのとき $r_1/a=0.4$ とし、一方節円を避けるため、 $(0,1)$ 次モードでは $r_1/a=0.2$, $(1,1)$ 次モードでは $r_1/a=0.25$, $(0,2)$ 次モードでは $r_1/a=0.45$ としている。また音場に関しては、 r 方向次数 p と z 方向次数 q を用い、音響モードを (n,p,q) で表しており、励起する周波数を f_{npq} としている。

2.2 解析方法

Fig. 1 の解析モデルにおける端板 1 と端板 2 の面外変位 w_1 と w_2 は、式(2)のモード関数を含む式(1)で表現し、以後の解析では許容関数として用いる。

$$w_1 = \sum_{s=0}^1 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{1nm}^s X_{nm}^s e^{j(\alpha\theta + \phi_1)}, \quad w_2 = \sum_{s=0}^1 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B_{2nm}^s X_{nm}^s e^{j(\alpha\theta + \phi_2)} \quad (1)$$

$$X_{nm}^s = \sin(n\theta + s\pi/2)(r/a)^m \quad (2)$$

式中の n は端板の振動モードにおける円周方向の節線数であり、 m は端板における半径方向の節円数を示している。 s は端板振動と音場の両モードにおける対称性を示す指標であり、 B_{1nm}^s , B_{2nm}^s は面外変位及び音圧の決定に必要な係数マトリックスである。また、 ω は点加振の角周波数であり、 ϕ_1 , ϕ_2 はそれぞれ端板 1 と端板 2 における振動の位相である。

本解析で取り上げている音場は円筒形音場であるため、モード形は次式のように定義する。

$$Y_{npq}^s = \sin(n\theta + s\pi/2) J_n(\lambda_{np} r) \cos\{(q\pi/L)z\} \quad (3)$$

$$\omega_{npq} = c \left\{ \lambda_{np}^2 + (q\pi/L)^2 \right\}^{1/2} \quad (4)$$

ここで、 J_n は n 階のベッセル関数、 λ_{np} は (n,p) 次モードの円形音場に関する固有値方程式の解に相当する。また、 ω_{npq} は各音場の共鳴周波数であり、 q は z 方向の節線数を示している。さらに、円板 1, 2 と音場との境界条件はそれぞれ以下のように仮定する。

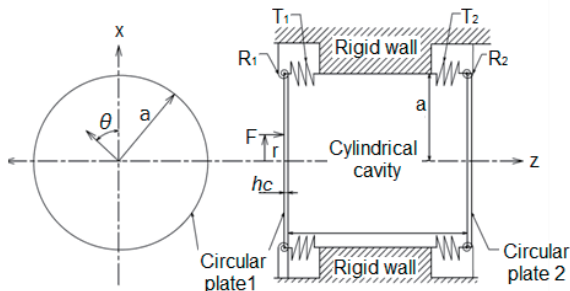


Fig. 1 Analytical model

$$\left(\frac{\partial P_c}{\partial \mathbf{u}} \right)_{z=0} = \rho_c \omega^2 w_1, \quad \left(\frac{\partial P_c}{\partial \mathbf{u}} \right)_{z=L} = -\rho_c \omega^2 w_2 \quad (5)$$

ρ_c は空気の密度、 $\mathbf{u}$ は境界面に対する法線方向を示しており、端板以外の剛壁上では $\partial P_c / \partial \mathbf{u} = 0$ とする。音圧 P_c は、剛体壁に囲まれた一様な空間を表すグリーン関数 G と上記境界条件とモード形状 Y_{npq}^s 及びモード質量 M_{npq}^s を用いることで、次式のように表すことができる³⁾。

$$P_c = - \int_{A_1} G \frac{\partial P_c}{\partial \mathbf{u}} dA_1 + \int_{A_2} G \frac{\partial P_c}{\partial \mathbf{u}} dA_2 \\ = \rho_c c^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} P_{npq}^s \phi_{npq}^s / M_{npq}^s \quad (6)$$

ただし本解析では音源を考慮していないため、端板上では $\partial G / \partial \mathbf{u} = 0$ と仮定する。また A_1 と A_2 は各単板の面積、 c は大気中の音速、 P_{npq}^s は音圧を決定するために必要な係数であり、上式と上記境界条件を満足するグリーン関数 G を用いることで、式(6)は任意の音響モードで次式のように整理できる。

$$\left(\omega_{npq}^2 + \eta_c \omega_{npq} \omega - \omega^2 \right) P_{npq}^s \\ = \frac{A \omega^2}{V_c} \left(- \sum_{m=0}^{\infty} L_1 B_{1nm}^s e^{j\phi_1} + \sum_{m=0}^{\infty} L_2 B_{2nm}^s e^{j\phi_2} \right) \quad (7)$$

η_c は音場の減衰係数、 ω_{npq} は音響モード (n,p,q) における固有角周波数（共鳴周波数）であり、 A は端板と音場の境界面における総面積 ($A_1 + A_2$) である。また L_1 と L_2 はそれぞれ端板 1 と 2 における振動と音場間の連成係数をそれぞれ意味している⁶⁾。

各端板の運動方程式は構造系、音響系を含めた全系のエネルギー式にハミルトンの原理を適用することで、次式のように導かれる⁶⁾。

$$\sum_{m'=0}^{\infty} \left\{ K_{1nmm'}^s (1 + j\eta_p) - \omega^2 M_{1nmm'}^s \right\} \\ + a F_{sn} \left\{ T_1 + \left(\frac{m}{a} \right) \left(\frac{m'}{a} \right) R_1 \right\} B_{1nm'}^s e^{j\phi_1} = F_{1nm}^s - P_{1nm}^s \quad (8)$$

$$\sum_{m'=0}^{\infty} \left\{ K_{2nmm'}^s (1 + j\eta_p) - \omega^2 M_{2nmm'}^s \right\} \\ + a F_{sn} \left\{ T_2 + \left(\frac{m}{a} \right) \left(\frac{m'}{a} \right) R_2 \right\} B_{2nm'}^s e^{j\phi_2} = P_{2nm}^s \quad (9)$$

式中の $K_{1nmm'}^s$, $K_{2nmm'}^s$ と $M_{1nmm'}^s$, $M_{2nmm'}^s$ 項は端板の剛性と質量マトリックス、 m' は円板における半径方向の節円数であるため ($m' = m$)、各マトリックスは対称となる。また、 η_p は板の減衰係数、 F_{sn} は n と s で決定される係数である。

式(8)の右辺第 1 項及び第 2 項は、点加振項及び振動と音場間での連成を表す音響加振項であり、式(9)は点加振力を受けないため、音響加振項のみで表現されている。これら点加振項と音響加振項は、次式のように表される。

$$F_{1nm}^s = \int_{A_1} F_1 \delta(r - r_1) \delta(\theta - \theta_1) X_{nm}^s dA_1 \quad (10)$$

$$P_{1nm}^s = \int_{A_1} P_c X_{nm}^s dA_1, P_{2nm}^s = \int_{A_2} P_c X_{nm}^s dA_2 \quad (11)$$

ここで、式中の δ は点加振力を表現するために用いたデルタ関数であり、 P_c は端板と音場の境界面における音圧を意味している。

式(11)の音響加振項は音場の変位を表す形状関数、音場と端板の境界条件を用いることにより、以下のように求めることができる。

$$P_{1nm}^s = \frac{\rho_c c^2 \omega^2 A^2}{V_c} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \frac{I_1(I_1 B_{1nm'}^s e^{j\phi_1} - I_2 B_{2nm'}^s e^{j\phi_2})}{M_{npq}^s (\omega_{npq}^2 + j\eta_c \omega_{npq} \omega - \omega^2)} \quad (12)$$

$$P_{2nm}^s = -\frac{\rho_c c^2 \omega^2 A^2}{V_c} \sum_{m'=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \frac{I_2(I_1 B_{1nm'}^s e^{j\phi_1} - I_2 B_{2nm'}^s e^{j\phi_2})}{M_{npq}^s (\omega_{npq}^2 + j\eta_c \omega_{npq} \omega - \omega^2)} \quad (13)$$

ここで、 V_c は音場の容積を表している。

解析手順はまず式(8)、(9)に式(10)、(11)を代入し、係数 $B_{1nm'}^s$ 、 $B_{2nm'}^s$ を求め音場における音圧 P_c を式(6)、(7)より算出する。得られた P_c を式(14)に代入することで平均音圧 P を求め、式(15)に示す平均音圧レベル L_{pv} によって評価している。

$$P = \frac{1}{2V_c} \int_{V_c} P_c P_c^* dV_c \quad (14)$$

$$L_{pv} = 10 \log \frac{P}{P_0} \text{ (dB)} \quad (15)$$

3. 実験装置及び方法

Fig. 2 に本研究で用いた実験装置図を示している。鋼製の円筒の両端に半径 $a = 153$ mm、板厚 $h = 2, 3, 4$ mm のアルミニウム合金製(A5052)の円板を配置しており、フランジ及びボルトナットで周辺を固定している。この円形板の一方を加振機により点加振させているが、その加振周波数は実験モデル解析の結果から算出した f_{nm} としている。各端板の振動モードの f_{nm} は板厚によって異なり、(0,0)次モードでは $h = 2, 3, 4$ mm でそれぞれ $f_{00} = 200, 282, 388$ Hz、(1,0)次モードでは $f_{10} = 414, 587, 785$ Hz、(0,1)次モードでは $f_{01} = 745, 1138, 1513$ Hz となる。また $h = 2$ mm のとき、(1,1)次モードでは $f_{11} = 1160$ Hz、(0,2)次モードでは $f_{02} = 1645$ Hz とし、解析条件と同様に全て

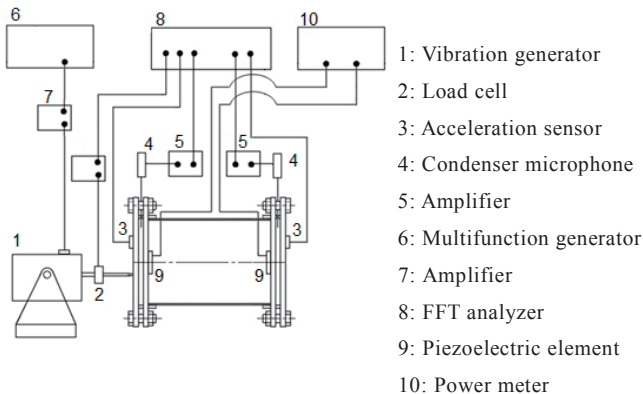


Fig. 2 Experimental apparatus

のモードにおいて 1 N の加振力を与えている。

一方、ランダム加振時の加振周波数は、上限を 2 kHz としている。加振位置もまた解析条件に合わせて、(0,0)、(1,0)次モードの場合、端板中心から $r_1/a = 0.4$ 、(0,1)次モードでは $r_1/a = 0.2$ 、(1,1)次モードでは $r_1/a = 0.25$ 、(0,2)次モードでは $r_1/a = 0.45$ 水平方向に移動した位置としている。

筒長 L は 500 mm ~ 2000 mm の範囲で 25, 50 mm ずつ変化させ、円筒内壁近傍の端板近くに設置したコンデンサーマイクロフォンにより、円筒内部の音圧レベルを測定している。ただし加振側及び非加振側端板近くの音圧レベルを、それぞれ L_{p1} 及び L_{p2} と表記する。

4. 理論解析及び実験結果

4.1 音振動連成に与える形状寸法の影響

本理論解析では実験装置と同様に半径 $a = 153$ mm のアルミニウム合金製の端板を想定しているため、ヤング率 E とポアソン比 ν はそれぞれ 71 GPa と 0.33 に設定している。端板の支持条件は、ばね定数 T_1 、 T_2 と R_1 、 R_2 を、端板の曲げ剛性 $D = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$ により無次元化したばね定数 $T_b (= T_1 a^3/D = T_2 a^3/D)$ と $R_b (= R_1 a/D = R_2 a/D)$ で表現する。本解析では解析の結果より、実験装置に近い条件として $T_b = 10^8$ と $R_b = 10$ を採用している。そのため本研究では、端板の固有振動数 f_{nm} に影響を与える形状因子として、 a と h を取り上げている。同様に音場の共鳴周波数 f_{npq} は a と筒長 L に依存することになる。端板の境界条件を一定とすれば、 f_{nm} は a の増加と h の減少に伴う曲げ剛性の低下によって減少する。一方、

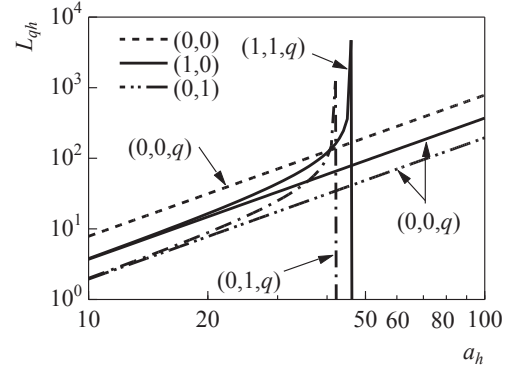


Fig. 3 Relationship between L_{qh} and a_h

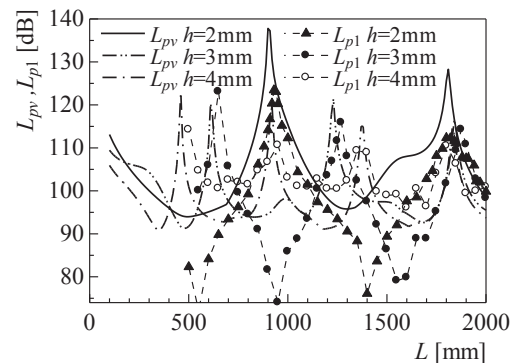


Fig. 4 Variations in L_{pv} and L_{p1} with L in (0,0) mode ($h = 2, 3, 4$ mm)

音場は $(0,0,q)$ 次モードが支配するとき、円筒内部音場は平面波で構成されることになるため、その特性が a には依存しない。さらに、連成が促進される L はその周期性から音響モードの筒長方向次数 q で除することによって完全に標準化することが可能であるため、構造と音場の形状寸法を無次元化し、 a/h を a_h 、 $L/(qh)$ を L_{qh} と定義する。

Fig. 3に各振動モードにおける L_{qh} と a_h の関係を示す。 L_{qh} は端板振動と類似なモード形状を有する音響モードの共鳴周波数 f_{00q} 、 f_{11q} 及び f_{01q} から導いているが、 $(1,0)$ 、 $(0,1)$ 次モードに関しては f_{00q} から求めた値も併記している。 f_{npq} は a_h と共に増加する傾向を有しており、特に f_{00q} から導かれた各振動モードの L_{qh} はいずれも a_h と比例的に変化しているが、 $a_h = 20.0$ 付近から f_{00q} における L_{qh} との差が拡大している。 f_{11q} 、 f_{01q} の L_{qh} におけるこれらのような変化はそれぞれ $a_h = 46.0$ 、 42.0 まで持続するが、それ以降ではそれらの L_{qh} は存在しなくなる。これは円筒の形状寸法が増加するに従い、端板の固有振動数が $(0,0,q)$ 次モード以外の音響モードにおける共鳴周波数を下回ることとなるため、固有振動数と共鳴周波数が一致する点が存在しなくなるためである。よってこれら各音響モードが連成を促進させる限界となる a_h を連成限界点と称し、各モードに関して検討を行う。

4.2 基本モードにおける内部音響特性

各振動モードについて検討を行う前に、基本的な振動モードとして円周方向と半径方向に、節線と節円を生じ

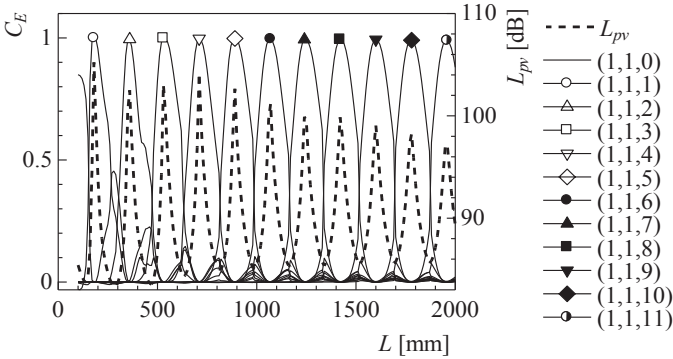


Fig. 5 Variations in C_E and L_{pv} with L in $(1,1)$ mode ($h = 2\text{mm}$)

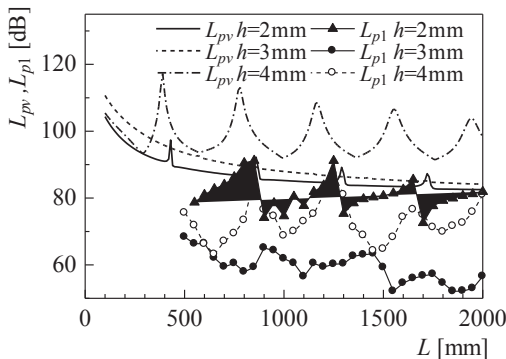


Fig. 6 Variations in L_{pv} and L_{p1} with L in $(1,0)$ mode ($h = 2, 3, 4\text{mm}$)

ない $(0,0)$ 次モードについて検討を行う。Fig. 4は $(0,0)$ 次モードで振動するときの内部音場について、解析から求めた音場全体における平均音圧レベル L_{pv} と、実験で得られた音圧レベル L_{p1} の筒長 L に対する推移を示したものである。 L_{pv} は $h = 2, 3, 4\text{mm}$ 共に L の増加に伴い大きく増減を繰り返しており、 $h = 2\text{mm}$ では約900mm間隔、 $h = 3\text{mm}$ では約600mm間隔、 $h = 4\text{mm}$ では約450mm間隔で L_{pv} にピークがそれぞれ生じている。また実験結果 L_{p1} には全ての h で L_{pv} と同様な傾向でピークが発生しており、解析結果の妥当性を示している。さらに、実験結果、解析結果ともに最も板厚の薄い2mmの音圧レベルは、3mm、4mmの音圧レベルを上回っている。これは端板が薄くなることで端板振動の面外変位が大きくなり、基本的な $(0,0,q)$ と連成する振動モードでは端板の薄肉化が連成を促進させることを裏付ける結果である。

4.3 非軸対称モードによる内部音響特性

Fig. 5には $(1,1)$ 次モードでの寄与率 C_E と L_{pv} について、 L に対する推移を示している。 C_E は各音響モードが保有するエネルギー E_{npq} と音場全体の全音響エネルギー E_{all} の比であり、以下のように定義する。

$$C_E = E_{npq} / E_{all} \quad (16)$$

上記の式により、 C_E が1.0に近づく場合、音場形成に関与する各音響モードの影響が大きいということになる。 $(1,1)$ 次モードでは L_{pv} が最大になる筒長において、 $(1,1,q)$ 次モードの C_E が増大している。したがって、この領域の音場は $(1,1,q)$ 次モードに強く支配されることを意味するが、端板の振動モードと音場を支配する音響モードのモダル形状の一致が、連成を促進したことを裏付ける結果であるとも言える。

Fig. 6は端板が $(1,0)$ 次モードで加振するときの内部音場について、 L_{pv} と L_{p1} の L に対する推移を示したものである。 $h = 4\text{mm}$ では $a_h = 38.1$ となり連成限界点以下であ

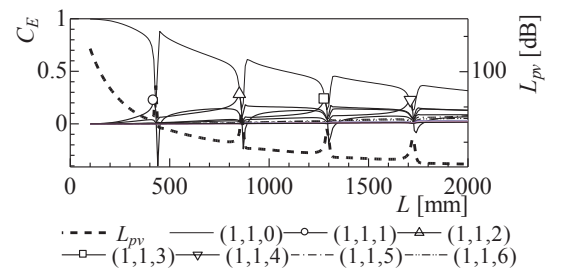
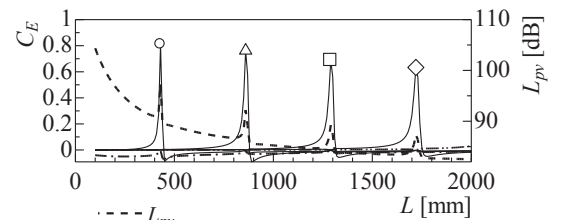


Fig. 7 Variations in C_E and L_{pv} with L in $(1,0)$ mode ($h = 2\text{mm}$)

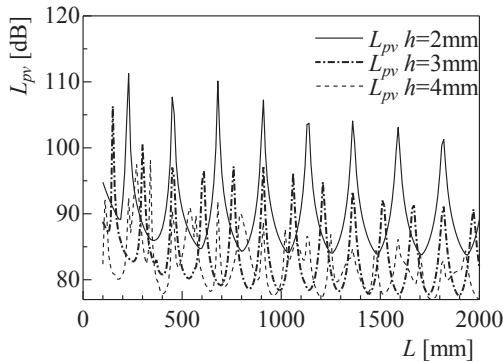
るため、 $(1,1,q)$ 次モードでピークが発生するものと予測できる。そのため L_{pv} のピークは、それぞれ $(1,1,1) \sim (1,1,5)$ 次モードに起因するものと考えられる。 L_{p1} においても同様な筒長でピークを確認でき、これらの実験結果は L_{pv} の特性変化を裏付けている。 $h = 3 \text{ mm}$ では L_{pv} は L の増加に伴い緩やかに減少しており、 L_{p1} にも同様な傾向が認められる。これは $a = 153 \text{ mm}$ 、 $h = 3 \text{ mm}$ では $a_h = 50.8$ となり、 $(1,0)$ 次モードの連成限界点が $a_h = 46.0$ であるため、端板の固有振動数が音場の共鳴周波数に達しないことから、明確なピークが生じなかったものと考えられる。しかし、 $h = 2 \text{ mm}$ においては $a_h = 76.3$ となり f_{10} が f_{11q} に達しないにもかかわらず、解析結果、実験結果共に小さなピークが生じている。

Fig. 7にはFig. 6の $h = 2 \text{ mm}$ における C_E の L に対する推移を各音響モードごとに示すと共に、 L_{pv} 変化も併記している。 $(1,1,q)$ 次モードの C_E では L_{pv} が若干増加する L において上昇する傾向があるが、全筒長域 L で非常に微小であり音場全体への影響は非常に小さいことが推察される。 $(0,0,q)$ 次モードでは L_{pv} が若干増加する L において C_E が急激に増加し、1.0付近に近づいている。しかしFig. 6の $h = 3 \text{ mm}$ と同様に、振動モードのモード形状に近い $(1,1,q)$ 次モードの共鳴周波数に達していないにもかかわらず、小さなピークが見受けられる。これには振動モードと音響モードはモード形状で大きな差異があるものの、端板の板厚 h が非常に薄く、両端板のエネルギーの伝達が行われやすいという状況から、 $(0,0,q)$ 次モードのピークが発生したものと考えられる。さらに、Fig. 7

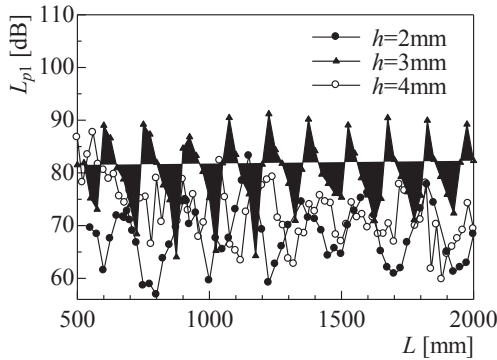
より、本来ならば $(1,1,q)$ 次モードとの寄与率が増加するはずだが、上記の要因により $(0,0,q)$ 次モードとの寄与率が急激に増加し、1.0付近に近づいている。このことより、基本音響モードである $(0,0,q)$ 次モードが、 $(1,0)$ 次モードとの連成に参与していると言える。しかしモード形状の違いから完全な連成ではなく、全筒長域 L において音圧レベルの増減が少ないものとなっている。

4.4 軸対称モードによる内部音響特性

Fig. 8 (a), (b)は端板が $(0,1)$ 次モードで振動するときの内部音場について、 L_{pv} と L_{p1} の L に対する推移を示したものである。 $h = 2 \text{ mm}$ では L_{pv} のピークは約230 mm間隔で周期的に表れており、 $h = 3 \text{ mm}$ も同様に L_{pv} のピークは約150 mm間隔で周期的に現れている。しかし $h = 4 \text{ mm}$ の場合、 L_{pv} のピークは周期的ではなく複雑な挙動を呈している。実験結果 L_{p1} においても、 L_{pv} と同様な傾向で推移することを確認できる。 $h = 2, 3 \text{ mm}$ と $h = 4 \text{ mm}$ の傾向の違いは、Fig. 3より定義することができる。Fig. 3の音響モード $(0,1,q)$ 次モードの連成限界点は $a_h = 42.0$ となっているが、 $h = 2 \text{ mm}$ では $a_h = 76.3$ 、 $h = 3 \text{ mm}$ では $a_h = 50.8$ となるため f_{01} が f_{01q} に達していない。このことから、 $h = 2, 3 \text{ mm}$ において本来はピークが発生しないと考えられるが、 $(0,1)$ 次モードは $m = 1$ に応じた節円を有する軸対称モードであるため、モード形状の類似性から音場に $(0,0,q)$ 次モードを励起し、 L_{pv} 、 L_{p1} にピークが発生したものと考えられる。 $h = 4 \text{ mm}$ では $a_h = 38.1$ となり連成限界点以下であるため、 $(0,1,q)$ 次モードが発生し、

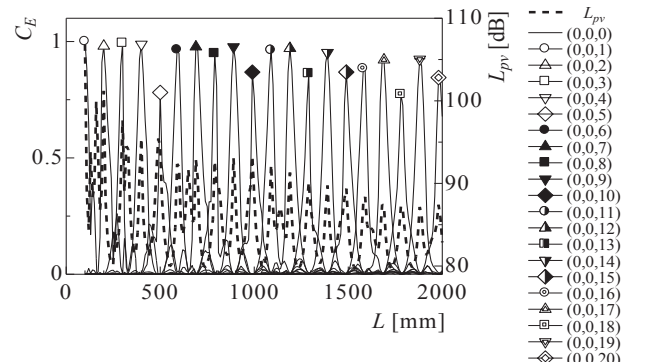


(a) Theoretical results

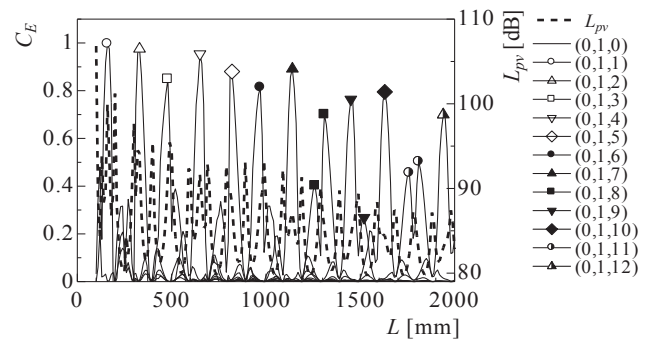


(b) Experimental results

Fig. 8 Variations in L_{pv} and L_{p1} with L in $(0,1)$ mode ($h = 2, 3, 4 \text{ mm}$)



(a) $(0,0,q)$ modes



(b) $(0,1,q)$ modes

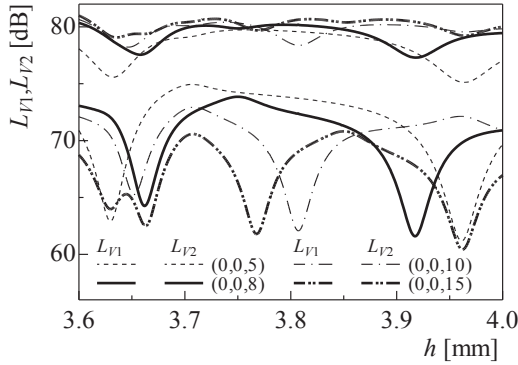
Fig. 9 Variations in L_{pv} and C_E with L in $(0,2)$ mode ($h = 2 \text{ mm}$)

(0,0, q)次モードと混在する音場になる．そのためピークは周期的ではなく，複雑な挙動を呈することになる．

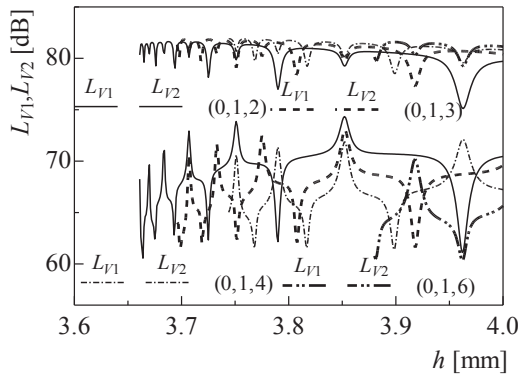
Fig. 9(a), (b)には $h = 2$ mm, (0,2) 次モードにおける各音響モードについて， C_E の L に対する推移を示すと共に， L_{pv} 変化も併記されている． L_{pv} は全筒長域で増減を繰り返し，周期性は認められず複雑な挙動を呈している．しかし (0,0, q) 次モードの C_E が 1.0 に近づく L では， L_{pv} が増加している．(0,2) 次モードは $m = 2$ に応じた節円を持つ軸対称モードであるため，(0,1) 次モードと同様にモード形状の類似性から音場に (0,0, q) 次モードを励起し， L_{pv} にピークが発生したものと推察される．一方，(0,1, q) 次モードにおいては C_E が 1.0 に近づく L 付近では，多くの場合，(0,0, q) 次モードのような音圧レベルの増加は認められない．また筒長の延長に伴い， C_E の極大値は徐々に減少する傾向も見受けられる．これは同様な軸対称モードで f_{02} が f_{01q} に近接したとしても，音場は平面波である (0,0, q) 次モードの連成に強く依存することで，(0,1, q) 次モードの生成を妨げることになる．解析結果は筒長の延長と共に，その傾向が強められていることも示唆している．

Fig. 10(a), (b)は(0,1)次モードで加振したときの端板 1 と 2 について，平均二乗速度から求めた振動レベル L_{v1} と L_{v2} を取り上げ， h の変化に対する推移を示している．以下に L_{v1} の定義を示す．

$$V_1 = \frac{\omega^2}{2A_1} \int_{A_1} w_1 w_1^* dA_1 \quad (17)$$



(a) Coupling with (0,0, q) modes



(b) Coupling with (0,1, q) modes

Fig. 10 Variation in plate vibration level with plate thickness.

$$L_{v1} = 10 \log \frac{V_1}{V_0} \text{ (dB)} \quad (18)$$

ただし， w_1^* は共役成分，基準値 V_0 は $V_0 = 2.5 \times 10^{-15} \text{ m}^2/\text{s}^2$ とする．

(0,0, q) 次モードと連成する振動は h が 3.6 ~ 4.0 mm の範囲で認められるが，(0,1, q) 次モードと連成する振動は，筒長方向次数 q の増加と共に厚肉側で発生するようになることが分かる．また，(0,0, q), (0,1, q) 次モード共に h の全範囲で L_{v1} は L_{v2} より常に上回っているが，振動レベルの増減は L_{v2} の方が大きくなっている． L_{v1} の振動レベルの増減が少ない理由は， L_{v1} は加振側の振動レベルであり，常に端板はエネルギーを供給されているためだと考えられる．一方， L_{v2} は供給エネルギーの影響を直接受けず，音場を支配する音響モードとの連成に強く依存するため，振動レベルの増減は相対的に大きくなったものと考えられる．また L_{v1} と L_{v2} が近づくとき Fig. 9 (a), (b)に示すように， L_{pv} は(0,0, q), (0,1, q)の両モードでピークとなっている．

Fig. 11 は端板の固有振動数と音場の共鳴周波数が一致する L について， h に対する推移を音響モードごとに示したものである． f_{00q} と f_{01} が一致する L は h の増加と共に徐々に減少し， q が大きなモードでは L は大きな領域に分布することになる．これは q の増加と共に，(0,0, q) 次モードにおける傾

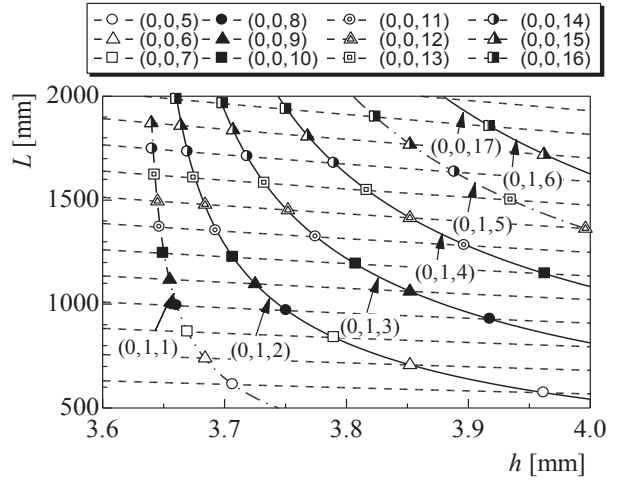


Fig. 11 L , at which L_{pv} is maximized by (0,0, q) or (0,1, q) mode, as function of h in (0,1) mode.

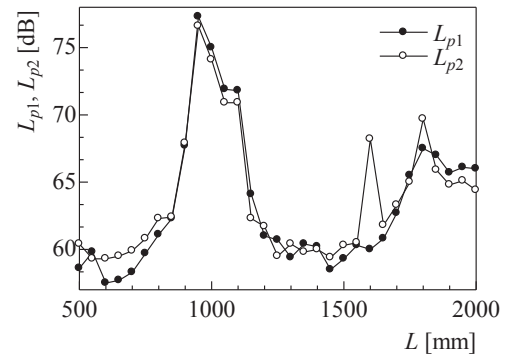
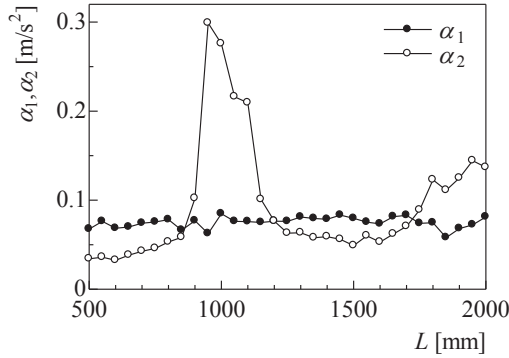


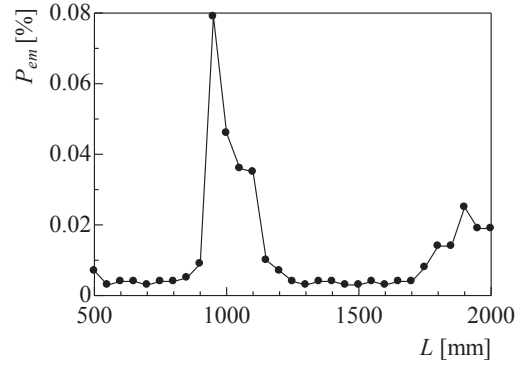
Fig. 12 Variations in L_{p1} and L_{p2} with L in random excitation

Fig. 13 Variations in α_1 and α_2 with L in random excitation

向線の傾きに対し、 $(0,1,q)$ 次モードの傾きが近づくことに起因している。そのため h が増加するに従い、両傾向線が交差する頻度は増えることになる。この $(0,1,q)$ 次モードの傾向は Fig. 3 の連成限界点に達することにより、音場に音響モードが励起されたことを裏付ける結果である。また $(0,0,q)$ と $(0,1,q)$ 次モードの交点の筒長方向次数が、奇数か偶数で互いに一致すれば L_{v2} は極大値に至り、その状態では音圧レベルもピーク値をとることになる。一方、筒長方向次数が互いに一致しない場合、 L_{v2} は極小値をとることになる。上記のような q の一致は、 $(0,0,q)$ 次と $(0,1,q)$ 次モード間におけるモード形状の類似性を増やすことになり、連成を促進することにつながる。その結果として端板振動と音場間のエネルギー移動も活発になり、 L_{v2} が増大したものと考えられる。そのため音響モードが混在する場合であっても、筒長方向次数間の関係により、連成の状況は大きく異なることになる。

4.5 ランダム加振による内部音響特性

Fig. 12 では $h = 2 \text{ mm}$ の端板をランダム加振したときの音圧レベル L_{p1} 及び L_{p2} を取り上げている。また単一周波数による加振と同様に、ランダム加振時においても 1N の加振力を与えている。ただし L_{p1} と L_{p2} は実験モダ解析で得られた $(0,0)$ 次モードの周波数成分を抽出したもので、筒長 L に対する推移で表示している。 L_{p1} 、 L_{p2} 共に L の増加に伴い大きく増減を繰り返し、約 900 mm 間隔でピークが発生している。これは、Fig. 4 の $h = 2 \text{ mm}$ における結果と同様な推移を示しており、ランダム加振時においても共鳴周波数付近は $(0,0)$ 次モードに強く支配されていることがわかる。しかし、Fig. 4 と Fig. 12 を比較したところ、単一周波数での加振時に比べ、ランダム加振時の音圧レベルは極端に抑制されている。これは 0 ~ 2 kHz の範囲にわたりほぼ一様な加振力を負荷しているため、端板には多くの振動モードが重畳されることになる。そのため $(0,0)$ 次モードの励起は他振動モードに阻害され、たとえ本来 $(0,0,1)$ 次モードとの連成が促進される $L = 900 \text{ mm}$ であったとしても、Fig. 4 に示した単一周波数における結果と差異が生じたと考えられる。Fig. 13 は同条件で加振側及び非加振側の加速度 α_1 、 α_2 の変化を

Fig. 14 Variations in P_{em} with L in random excitation

示したものである。 α_1 は加振機の影響で一定に保たれているが、 α_2 は Fig. 12 の音圧レベル L_{p1} 、 L_{p2} にも良く対応しており、音圧レベルがピークとなる筒長域で極端に増加することを確認できる。それ以外の筒長域においては、端板 2 は端板 1 と同様な挙動をとっている。このように連成が促進された場合、加振機に拘束されていない非加振側の α_2 は α_1 を大きく上回ることになる。これは筒長変化に伴う音響モード $(0,0,q)$ の移行により、連成が促進される筒長域で端板 2 に効率よくエネルギー移動することになり、 α_2 は α_1 を大きく上回ったものと考えられる。

Fig. 14 はランダム加振時の筒長 L に対する、発電効率 P_{em} の推移を示したものである。実験では円板中央に、面内ひずみエネルギーを電気エネルギーに変換する圧電素子を貼付し、発電時の電力 P_e を計測している。さらに、計測した加振側端板の加速度から面外変位を推定し、加振機から供給されるパワー P_m を求め、発電効率 P_{em} を式 (19) のように定義している。

$$P_{em} = \frac{P_e}{P_m} \times 100 \quad [\%] \quad (19)$$

P_{em} は音圧レベル及び加速度と同様の傾向で推移しており、同じ筒長域で増大している。単一周波数の加振においても同様な結果が得られているが、ランダム加振の P_{em} は単一周波数に比べて極めて小さく抑えられている⁷⁾。実環境に近いランダム加振では、各筒長において様々な振動モードによる連成を確認しているが、このような傾向を呈したのは $(0,0)$ 次モードだけである。つまり様々な振動モードが混在するランダム加振であったとしても、音振動連成現象は、基本モードである $(0,0)$ 次モードに強く依存することを本実験で明らかにした。

5. 結 言

本研究では、片側の端板に点加振力を受ける円筒構造の端板振動と内部音場との音振動連成現象において、種々の高次振動モードと音響モードの組み合わせが与える影響を形状寸法、振動特性から検討している。さらに実環境に近いランダム加振が連成に与える影響を検討し、

以下のような知見を得ることができた。

- (1) 端板振動と内部音場が類似のモードであるとき、それぞれの固有振動数と共鳴周波数が一致することにより、連成が促進されることを明らかにした。
- (2) 非軸対称振動モードでは固有振動数が共鳴周波数に達しない場合であっても、端板の薄肉化がエネルギーの伝達を促進し、基本音響モードが連成に関与することを裏付けた。
- (3) 軸対称振動モードでは、低次振動モードは基本音響モードのみと周期的に連成をすることになるが、高次の振動モードになると、関与する音響モードが多くなり、内部音響特性は複雑化する。このような、複雑な音響モードでは、各音響モードの筒長方向次数が奇数か偶数かで一致することにより、連成の効果が強められることを明らかにした。
- (4) ランダム加振では複数の振動モードにより励起された音響モードが混在するが、基本モード成分は単一周波数と同様な傾向を呈することが分かった。

参考文献

- 1) J. Pan and D. A. Bies, Journal of the Acoustic Society of America, 87-2, pp.691-707, (1990).
- 2) J. Pan, and D. A. Bies, Journal of the Acoustic Society of America, 87-2, pp.708-717, (1990).
- 3) L. Cheng, and J. Nicolas, Journal of the Acoustic Society of America, 91-3, pp.1504-1513, (1992).
- 4) L. Cheng, Journal of Sound and Vibration, 174-5, pp.641-654, (1994).
- 5) 朝倉智也, 小島淳, 森山裕幸, 可視化情報学会論文集, 34-10, pp.35-41, (2014).
- 6) 森山裕幸, 機論, 69-679, C, pp.47-54, (2003).
- 7) H. Moriyama, H. Tsuchiya and Y. Oshinoya, Advances in Acoustics and Vibration, Article ID 126035, (2013).
- 8) 土屋寛太郎, 西川功一, 鈴木一矢, 森山裕幸, 押野谷康雄, 日本機械学会 2014 年度年次大会, CD-ROM, G1010404, (2014).