1/100 気圧下での衝撃波の定量的可視化に向けたBackground-Oriented Schlieren 法の適用検討

小田切 太郎*1 水書 稔治*2

A Feasibility Study of the Quantitative Visualization of Shock Waves under 1/100th Atmospheric Pressure Environment

by

Taroh ODAGIRI^{*1} and Toshiharu MIZUKAKI^{*2} (Received on Sep. 29, 2016 and accepted on Jan. 12, 2017)

Abstract

This paper reports quantitative visualization results by the Background-oriented Schlieren(BOS) method as a first step of applying shockwaves in CO2 under a 1/100 atmosphere assumed for the environment on Mars. This may be one of the most effective approaches for clarifying the mechanism of unstable vibration of supersonic parachutes used in planetary exploration. The main purpose of this study is to obtain a quantitative visualization image of shockwaves around a cone-cylinder model in a hypobaric environment. A 3×4 cm reflected shock tunnel was used to generate Mach 3.0 flow because this allows the type of test gas to be changed easily. On the other hand, this shock tunnel also has the disadvantage of having a short distance in the depth direction at the test section. In addition, flow under low pressure makes quantitative visualization more difficult due to the extremely small displacement of the background pattern which is proportional to density gradient. In this study, the BOS method combining a telecentric optical system was used to improve the sensitivity and accuracy. As a basic experiment, a comparison with the refractive index distribution of a planar-convex lens(f = 10m) obtained by the non-telecentric system was conducted. It was found that the smallest detectable deflection angle was 7.25×10^{-5} rad. from the optical configuration. Based on these results, the BOS was applied to shockwaves under a 30.4 kPaA atmosphere and it was confirmed that the refractive angle calculated from dot displacement approximately matched numerical results. This clearly shows that the telecentric BOS can accurately detect changes in density even in a subatmospheric environment. This result will contribute to the next step of experiments under more severe conditions close to the atmosphere on Mars.

Keywords: Background-oriented Schlieren (BOS) method, Telecentric optical system, Conical shock, Reflected shock tunnel

1. まえがき

近年,国際的な規模で惑星探査,特に火星探査に関す る研究が行われている.大気圏突入から地表に着陸する までの減速段階において用いられる装置として超音速パ ラシュートがある.超音速パラシュートは,その軽量性 と高い抗力を生みだすことから過去の惑星探査において 重要なツールとして用いられてきた^{1,2)}.だが高度 5~10 km 地点で圧力,密度は地球大気と比べて各々1/100, 1/200 まで低下し,開傘する超音速パラシュートの速度 は Mach1~2 という過酷な二酸化炭素大気下で使用され る³⁾.有人探査機の投入等も検討されており,更なる使 用速度域の広域化も予想される.従って安定性の確保や 開傘時の衝撃の低減などが問題となる.これらの問題の 中で,特徴的な現象として挙げられているのが Breathing である.これは傘体が膨らんだり縮んだりを高周波数で 繰り返す現象で,構造的な破壊をもたらし,飛行予測が 困難となる.要因としてサスペンションラインによって 乱された流れやカプセルのウェイクとキャノピ前方の衝 撃波の干渉による影響などが挙げられるが⁴⁻⁶,検証例 は少なく詳細なメカニズムは不明であり,現在でも各研 究機関が流れ場の数値解析や可視化研究を行っている.

これまで高速現象の可視化研究において Schlieren 法 や Shadowgraph 法が代表的な方法として多く用いられて きた.これは現象の密度変化により生じる光線の屈折を 利用したものであり,可視化画像が定性的な評価に留ま

^{*1} 工学研究科機械工学専攻修士課程

^{*2} 工学部航空宇宙学科教授

るのに加え,光学配置に伴う技術的要求が高い.また感 度が光学系の大きさに左右されるため,小規模な実験室 での精密な可視化は困難となる.故に本研究では.振動 現象の解明に向けた定量的可視化方法として Background-Oriented Schlieren (BOS)法を採用する.これ は1999年にMeierにより提案された手法である⁷⁻¹⁰⁾.現 象の密度勾配に対応する背景模様の移動量をデジタル画 像処理技術を用いて算出、画像再構成技術と組み合わせ ることで3次元密度分布を得ることができる.将来的に パラシュートを模擬した半球殻模型に適用し,時間ごと の密度場を得ることで振動現象を生じさせる流れの規則 性や挙動を観察できると考える.

先に述べたパラシュートの開傘時の環境を再現するため、気流発生装置として 3×4 cm 反射型衝撃風洞を用いた¹¹⁻¹⁴⁾. 衝撃風洞は高性能な高速現象の実験設備を擁する大型施設においても実現が難しい測定部の気体の変更が可能である. 従って二酸化炭素が主要である火星大気中での高速現象を模擬することが可能である. だが衝撃風洞を用いる場合、測定部の奥行距離が 30 mm となるため、現象により与えられる密度勾配による背景変位量が極めて微小となる. 従って BOS 法の更なる光学系に関する検討が必要となる.

本研究では、大気圧環境で行われた衝撃波現象への BOS 法の適用にて感度の改善が評価された事例¹⁶⁾を踏 まえ、凹面鏡を用いたテレセントリック光学系を導入す る.テレセントリック光学系により、非テレセントリッ ク光学系と比較して低圧環境でより正確な定量的可視化 が可能であると考える。可視化対象は光学系の配置を考 慮し設定した 1/3 大気圧環境で発生する円錐衝撃波とす る¹⁵⁾.この報告を通じて低圧環境でのテレセントリック 光学系を導入した BOS 法の有効性を示し、その知見を得 ることで、火星大気環境下での高速現象への応用に向け た足掛かりとする.

これらの経緯を踏まえ、次に著者が試みた項目にわた る成果を報告する.

- ① 平凸レンズによる人為的な屈折角を対象としたテレセントリック型 BOS 法と非テレセントリック型 BOS 法の解析結果の比較,評価.
- 円錐衝撃波の定量的可視化結果及び、数値解析結 果との比較,評価.

2. 実験装置及び方法

2.1 テレセントリック型光学系

テレセントリック光学系は¹⁷⁾, Fig. 1のように開口絞 りを像側の焦点位置に設置した系である.これにより主 光線はすべて像側焦点を通り,物体側ではレンズの光軸 と平行になる.従って,このレンズは被写体を光軸に平 行に投影するため,結像面に撮像素子を光軸と垂直に配 置すれば,正投影像が得られる.



Fig. 1 Principle of telecentric optical system, f : Focal length

2.2 背景指向型 Schlieren 法

BOS 法は流れ場中での屈折率分布を現象背後に設置 された背景の移動量分布として記録する可視化法である. 現象の記録に関して,測定1回につき1組の画像を撮影 する.一方は現象が発生していない基準状態での測定部 を見越した画像.片方は現象を見越した画像である.こ れらは各々,参照画像,測定画像と称される.背景画像 から撮像素子に至る際に通過する現象内の光路に発生し た屈折率勾配によって光線に偏角が与えられ,画像の一 部に微小量の移動が観測される.手法の原理は密度勾配 による屈折率変化が関係する.この関係は,媒質密度 ρ, 屈折率 n を用い, Gladstone-Dale の関係式より定めると

$$n = K \cdot \rho + 1 \tag{1}$$

ここで K は Gladstone-Dale 定数と呼ばれ,気体固有の定数である.光路に沿って発生した屈折率変化の積分値が 光線の屈折として得られるため,現象が光線に与える偏 角 ε は媒質の初期状態の屈折率 n_0 ,現象による屈折率変 化 δ n,現象の視線方向の奥行きの半値幅を ΔZ_D とすれば,

$$\varepsilon = \frac{1}{n_0} \int_{Z_B - \Delta Z_D}^{Z_B + \Delta Z_D} \frac{\delta n}{\delta y} dz$$
(2)

式(1),式(2)より素子上の背景移動量が密度勾配の視線 方向の積分値と関連付けられる.

テレセントリック型 BOS 法に関して背景移動量から 屈折角 ε を求めるため Fig. 2 を参照する. 近軸光学系と 微小偏角であることを仮定すると,幾何学的関係から現 象による背景上での背景移動量 Δy と撮像素子上での背 景移動量 Δh はカメラレンズ (Lens2)の焦点距離 f_2 と凹 面鏡 (Lens1)の焦点距離 f_1 の比となる.

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\Delta h}{\Delta y} \tag{3}$$

また光学系の幾何学的配置から現象により生じる偏角を εとすると

$$\Delta y = Z_B \tan \varepsilon \tag{4}$$

偏角 ε が微小である(tan ε≈ε)と仮定すると式(3),式(4) から

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta h f_1}{Z_B f_2} \tag{5}$$

また、このときテレセントリック型 BOS 法により検出で きる最小の背景移動量、つまり最小検出可能偏角 ϵ_{min} は (5)より

$$\varepsilon_{\min} = \Delta h_{pix} \frac{f_1}{Z_B f_2} \tag{6}$$

となる.ここで, 撮像素子の1 画素サイズ Δh_{pix} である. 低 圧環境における微小な密度変化を捉えるため式(6)を考 慮する必要がある.



Fig. 2 Principle of Telecentric-BOS measurement.

2.3 画像解析

本研究では取得した参照画像と測定画像から背景移動 量を検出するため,直接相互相関法を用いる.これは2 つの画像において輝度値パターンの類似性を相互相関係 数によって評価するものである.相互相関係数Rは2つ の画像の輝度値の関数をfとgを用いて表すと

$$R_{jg}(\Delta X, \Delta Y) = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \left\{ f(X_i, Y_j) \right\} \left\{ g(X_i + \Delta X, Y_j + \Delta Y) \right\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \left\{ f(X_i, Y_j) \right\}^2 \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \left\{ g(X_i + \Delta X, Y_j + \Delta Y) \right\}^2}}$$
(7)

で表される. Fig.3 に直接相互相関法による輝度値パターンの移動量検出の概略を示す.最初に参照画像における 任意の位置Aを中心とするN×Nの検査領域を設定する. 次に検査領域内に中心を持つ多くの候補領域の中で参照 画像に設定した検査領域の輝度パターンと最も類似した 領域を式(7)で示した相互相関関数の最も高い値を示し た領域として求める.



Fig. 3 Schematic of Cross-correlation analysis

2.4 精度検証実験計測系

円錐衝撃波の可視化に先駆け、テレセントリック型 BOS 法の感度評価、および非テレセントリック光学系と の比較を行った.

Fig.4(a), (b)に精度検証実験の計測系を示す.背景は透明フィルムにランダムドットを印刷したものを用いた. カメラのレンズを開放状態にし,背後に設置された光源 により露光調整を行った.カメラレンズ (f = 300 mm) をデジタル・スチルカメラ(Nikon D200) に取り付け,背 景と凹面鏡 PAM (f = 1500 mm, 直径 20 cm),背景と カメラの間に平凸レンズ (f = 10 m,直径 30 mm)を各光 学系で設置し人為的に偏角を生じさせ,平凸レンズ越し に背景を撮影した.平凸レンズなしで撮影した背景画像 を参照画像として,レンズによる背景移動量から屈折角 を算出した.非テレセントリック型のBOS法の配置に関 して,現象部分の解像度及び感度に対応する最小検出可 能偏角はテレセントリック型と同一とし,解析結果が光 学系の違いにのみ依存するよう配慮した.



(b)Non-telecentric optical system Fig. 4 Schematic diagram of experimental setup of deflection angle measurement, PH : Pinhole, PLM : Planar mirror, PAM : Public mirror, BG : Background, PCL : Planar-convex lens, ZB, C, D : Distance of BG-PCL, PAM-BG, Camera-BG, f2 : Focal length

2.5 衝撃波可視化計測系

気流発生装置として使用する3 cm × 4 cm 衝撃波風洞 (Fig.5)は、高圧室(内径 50 mm、長さ 1.000 m)、低圧室 (断面積 3.0×4.0 cm, 長さ 3.000 m), およびダンプタン ク(内径 250 mm,長さ 0.800 m)で構成される。高圧室 と低圧室は、隔膜(ポリエチレンテレフタラート)によ って仕切られ,高圧室初期圧 P4と低圧室初期圧 P1との 初期圧比 P₄/P₁ をバルブに接続されたガス供給系および 真空排気系により所定の初期値とする.本実験では光学 系の配置条件から式(6)を用い算出される最小検出可能 屈折角 7.25×10⁻⁵ rad.を踏まえ, 低圧室初期圧 P₁を 30.4 kPaA としている. 隔膜を撃針により瞬間的に破膜させ ることで作動させる.隔膜位置から2000mm位置より圧 カポートが 250 mm 間隔に 2 つ設置されている (PT1, PT2). 各圧力ポートには圧力変換器(ピエゾ型高速応答 圧力変換器,立ち上がり時間:1ns 未満,共振周波数: 500 kHz 以上, PCB 社製 113A20 シリーズ) が設置され ている. 圧力変換器の出力電圧は、デジタルオシロスコ ープ(周波数帯域:3 MHz, サンプリングレート:10 MS/s, 横川電機社製 DL-750) で記録する. 隔膜位置から 2750 mm の位置にある直径 60 mm の観測窓中心から高圧室 側 100 mm の位置に超音速ノズル(設計出口 Mach 数3.0) のスロート部がくるように設置する. 高圧室の駆動気体 はピストンのように作用し、低圧気体において圧縮波を 次々に発生させ、衝撃波を形成する. この初期衝撃波が ノズル上流部で反射することでノズルよどみ圧を生成し, 測定部に Mach3.0 の超音速流を発生させる. 観測部に設 置する円錐円柱模型を Fig.6 に示す. 模型はダンプタン クの接合部に固定されている支持器に接続される.

次に BOS 可視化計測系を Fig.5 に示す.精度実証実験 と同様に背景-現象間距離 Z_B は 420 mm, 凹面鏡の焦点 距離 f_1 は 1500 mm, カメラレンズの焦点距離 f_2 は 300 mm である. 初期衝撃波が PT1 に到達と同時に, DSO から TTL 信号が BOS 撮影のトリガ信号として出力される. TTL 信号はデジタル遅延回路 DG で,撮影瞬間が測定部 の気流静定後となるように遅延を与えられ,高輝度瞬間



Fig. 5 Schematic diagram of shock wave visualization by Telecentric-BOS, PLM : Planar mirror, PAM : Public mirror, DSO : Digital strange oscilloscope, SC : Signal conditioner, PT : Pressure transducer, DG : Delay generator, PH :Pinhole, TW : Test window, HR : High pressure room, LR : Low pressure room 白色光源 LS (発光時間:800 ns, ビオレック社製 NANOSPARK)を発光させる. BOS 計測の背景 BG とし て, OHP 用フィルムにランダムドットを印刷した. BOS 計測には現象による移動量算出のため,参照画像が必要 であるため,通風前に取得した. LS からの光は BG を透 過し,測定部を通過後,デジタル・スチルカメラ (NikonD200)に記録する.



Fig. 6 Cone-cylinder model

2.6 数値計算法

実験から得られた背景移動量から得られる屈折角と理 論値との比較を行うため数値解析法を用いた.

計算条件は基礎方程式を 2 次元軸対称 Euler 方程式と する.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + H = 0$$
(8)
$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix} F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u v \\ (e+p)u \end{pmatrix} G = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u v \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \end{pmatrix}$$
$$H = \frac{1}{y} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 \\ (e+p)v \end{pmatrix}$$

ここで,密度 ρ, x, y 方向の速度 u, v, 圧力 p, 単位体積 当たりの全エネルギーe である.理想気体,定常流を仮定 し,数値流束の計算は Weighted Avereged Flux 法を用いた. 気流 Mach 数は 3.0 とした

得られた円錐衝撃波背後の密度分布から式(1),式(2), 式(5)を用い該当箇所の理論屈折角を算出した.

実験結果及び考察

3.1 精度検証結果

各光学系を用い平凸レンズを見越して背景を撮影した 試験画像を Fig.7(a), (b)に示す.テレセントリック光学系 は現象側に対して無限遠となるため、レンズ位置及び背 景位置に焦点を合わせることができる.従って, Fig. 7 (a)は背景模様と平凸レンズを同時に鮮明に捉えること ができている.一方,非テレセントリック光学系は被写 界深度が発生するため、背景模様に加えてレンズ位置に 焦点を合わせることが困難である.従って, Fig. 7(b)に おいて現象位置に相当するレンズに焦点を合わせられず 縁が不鮮明になっていることが確認できる.またレンズ を見越した, 焦点を合わせている背景模様についても影響が及んでいる様子が確認できる. Fig. 7(b) に関して背 景模様が不鮮明であることは, 移動量検出に用いる直接 相互相関法において算出される輝度値に影響を与え, ノ イズの要因となり得る. これは BOS 法においてテレセン トリック系で撮影した Fig. 7(a)で観察される鮮明な背景 模様がより解析に足る画像であることを示している.

次に Fig. 8 (a), (b)にテレセントリック型 BOS 法, 非テ レセントリック型 BOS 法により求められたレンズ上の 屈折角度の理論屈折角との標準誤差率を示す. 横軸にレ ンズ中心からの距離 r [mm] をレンズ半径 R (=15 mm) で無次元化した値、縦軸は透過光が受ける屈折角と、焦 点距離とレンズ半径から得られる最大屈折角が線形であ ると仮定した場合の理論値との標準誤差率を示したもの である. (a), (b) ともに計測可能最小屈折角 Emin は式 (6)より算出し、使用する凹面鏡、配置環境、レンズから 7.25×10⁻⁵ rad. となった. Fig. 8 では, 画素が有限の大き さを有することから生じる許容誤差率±6.67% を合わせ て表示している. Fig. 8(a)ではレンズの中心から縁近辺 まで標準誤差率が許容誤差の範囲で推移しており、予測 される誤差の範囲内でレンズの屈折率を検出できている ことが確認できる.一方 Fig. 8(b) では、レンズの径が増 加する部分ほど誤差率が大きくなり許容範囲を超えて検 出しているのが確認できる.これは凹面鏡の導入により 平行光線をつくりだすテレセントリック光学系とは異な り、レンズに対し光線が斜めに入ることにより生じる変 位量の計測誤差が光軸から離れるに従い顕著になるから であると考えられる.加えて Fig. 7(a), (b)の比較でも述 べたように、 淵近辺の背景模様に焦点が合っていないた め解析結果に影響が生じたためだと予測される.

これらの結果からテレセントリック光学系が非テレセ ントリック光学系と比較し、より鮮明な試験画像を提供 し、正確な定量的データの取得が可能であることが考え られる.これは低圧環境下で起こる現象による微小な背 景移動量を捉える上で非常に有益である.



(b) Non-telecentric optical system Fig. 7 Test image.



3.2 円錐円柱模型まわりの衝撃波

Fig.9に気流 Mach 数 3.0 での円錐円柱模型まわり衝撃 波を捉えた BOS 法と Schlieren 法による可視化画像を示 す.水平方向に X 軸, 垂直方向に Y 軸とし実寸を示して いる. 図上半分は BOS による解析結果,下半分は Schlieren 画像である. BOS の解析結果の色合いは, 測定 部透過光の屈折による垂直方向の画素移動量を示し、青 色(-1.5 画素)から赤色(+1.5 画素)で推移している. 垂 直方向上側への移動を正としている.気流は左側から流 入している. 円柱模型先端から円錐衝撃波が生じている ことが BOS 画像から確認できる. これは気流条件を同じ くして撮影された円錐衝撃波の Schlieren 画像からも確 かに存在を確認することができる. BOS 画像の垂直方向 下側の変位は、超音速ノズルから生じた斜め衝撃波であ る.この斜め衝撃波に関しても Schlieren 画像から確認す ることが可能である. 模型表面で反射し円錐衝撃波背後 の変位の一部を打ち消していることが分かる. Schlieren 画像から半頂角が 21.4°であることから、気流 Mach 数の 数値解は 2.89 と推算される.

次に Fig. 9 の定量的可視化結果から得られた背景移動 量分布において,円錐模型先端から 3 mm の位置を X 軸 の原点,先端部を Y 軸の原点にとり座標位置(X, Y) =

(22 mm, 3.47 mm) と(22 mm, 10 mm)を結ぶ直線 A-A'上 の変位量を抽出した.抽出箇所の選定には可視化結果か ら超音速ノズルによる斜め衝撃波による影響が少ないで あろう部分となるよう配慮した. これらの変位量と光学 配置から式(5)により求められた屈折角を Fig. 10 にドッ トとして示す. 横軸を垂直方向の実寸 Y [mm], 縦軸を 屈折角 ε [rad.]としている. 解析条件は定常流を仮定し, 気流 Mach 数を 3.0 とする. 抽出箇所と同一箇所の密度 を計算し、式(1)から屈折率を求め、奥行方向の屈折率勾 配から式(2)を用いて理論屈折角を求めた.実線として Fig. 10 に合わせて示している. 各箇所で一致が認められ た.従って、定量的データに関して、低圧環境下におけ る衝撃波現象に対してテレセントリック光学系を用いた BOS 法が十分に有効であることが確認できる. これら の結果からテレセントリック型 BOS 法における正確な 可視化が少なくとも 30.4kPaA 大気圧下で可能なことが 分かった.火星大気環境下で適用するため更なる感度の 向上が課題であり、本研究で採用したテレセントリック 光学系を踏まえた新たな工夫が必要である.これに加え て,円錐衝撃波背後の変位を一部打ち消しているノズル 壁面からの衝撃波に関して検討が必要である.

4. 結言

本研究では,低圧環境下 30.4 kPaA で気流 Mach 数 3 の超音速流を反射型衝撃波風洞測定部に発生させ,BOS 法による低圧環境下での円錐衝撃波の定量的可視化を実 施した.可視化の感度向上のため,テレセントリック光 学系をBOS法に導入し実験を行った.本実験の結論を以 下に示す.

- ① BOS法にテレセントリック光学系を組み合わせた場合とそうではない場合を比較し,屈折角の標準誤差率の算出を行った。前者が平凸レンズの径が増加するに従い,後者より理論屈折角との正確な一致を示すことを確認した。
- ② 円錐衝撃波にテレセントリック型 BOS 法を適用した. 衝撃波の縦断面から読み取った垂直方向の背景移動量より見積もった屈折角と数値解析から求めた理論屈折角がおおよそ一致した.

これからの課題として、火星大気の主要構成気体である二酸化炭素の密度が比較的高いことを考慮しても、更なる低圧環境での可視化に向けて光学系の工夫が必要である.また画像解析により算出された屈折角から CT 技術を用いた3次元密度場への再構成法の確立が必要である.展望として、本報で成果が得られたテレセントリック光学系に、ハーフミラーやレーザを用いたダブルパス光学系を組み合わせることで¹⁸、更なる感度向上を期待できる.従って、本研究では最終的な火星大気環境下1/100気圧程度での適用に向けた初期段階として有益な結果を得ることができたと考える.



Fig. 9 Visualized shock waves around a cone-cylinder model in Mach 3 flow (BOS : upper, Schlieren : lower).



Fig. 10 Comparison of the variation of the refractive angle on the line A-A' in Fig. 9.

謝辞

本研究の数値解析に有益な御助言と御討論を賜りまし た伊藤忠テクノソリューションズ株式会社 阿部 敦博 士に深く感謝の意を表します.

参考文献

 Allen Withowski, Graham Carlos Pantano, Finding from the supersonic qualification program of the Mars Science Laboratory parachute system, 20th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference ans Aeminar (2009).

- Robert D. Brawn, Robert M. Manning : Mars Exploration Entry, Decent and Landing Challenges, IEEEAC paper#0076(2005).
- J. A. Magalhaes, J. T. Schofield, A. Seiff, Results of the Mars Pathfinder atmospheric structure investigation, Journal of geophysical research, 104, E4, pp.8943-8955(1999).
- A. Sengupta : Fluid Structure Interaction of Parachutes in Supersonic Planetary Entry, 21st AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar (2011).
- 5) 木全裕之他:超音速パラシュートの非定常現象に 関する流体・構造連成シミュレーション,第29回数 値流体力学シンポジウム,A03-02(2015).
- 6) A. Sengupta, M. Wernet, J. Roeder, R. Kelsch, A. Witkowski, T. Jones : Supersonic Testing of 0.8 m Disk Gap Band Parachutes in the Wake of a 70 deg Sphere Cone Entry Vehicle, 1st AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar (2009).
- 7) G.E.A. Meier, Computerized background-oriented schlieren, Experiments in Fluids, 33, pp.181-187 (2002).
- F. Klinge, T. Kirmse and J. Kompenhans, Application of Quantitative Background Oriented Schlieren (BOS), Experiments in Fluids, 43, pp.241-249(2007)
- L. Venkatakrishnan and G. E. A. Meier, Density measurements using the Background Oriented Schlieren technique, Experiments in Fluids, 37, pp.237-247(2004).

- 10) T.Mizukaki, K. Wakabayashi, T. Matsumura, K. Nakayama : Background-oriented schlieren with natural background for quantitative visualization of open-air explosions, 69-78, Shock Waves, Vol. 24 (2014).
- A. Pope and K. Goin: High-Speed Wind Tunnel Testing, John Wiley (1965).
- 12) 生井武文, 松尾一泰: 衝撃波の力学, コロナ社(1983).
- D. W. Holder and D. L. Schultz: On the Flow in a Reflected-Shock Tunnel, Aeronautical Research Council Report and Memoranda No. 3265 (1962).
- 高山和喜:衝撃波ハンドブック,シュプリンガー・ フェアラーク東京株式会 (1955).
- 15) J. Anderson, Modern Compressible Flow with Historical Perspective, McGraw Hill (1990).
- 16) M. Ota, Improvement in spatial resolution of background-oriented schlieren technique by introducing a telecentric optical system and its application to supersonic flow, Experiments in Fluids, 56, pp.47-56(2015).
- 17) 左貝潤一:光学機器の基礎,森北出版株式会社 (2013).
- A. H. Meier and T. Roesgen, Improved background oriented schlieren imaging using laser speckle illumination, Experiments in Fluids, 54, 1549 (2013).