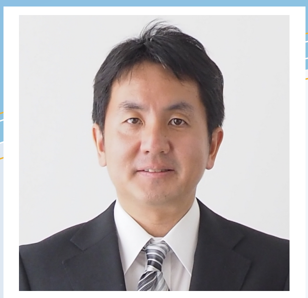
代数幾何学とヒルベルトスキームの研究
Algebraic geometry and Hilbert schemes



教授　那須弘和
Prof.　Hirokazu Nasu

高次元代数多様体上の曲線の変形障害
Obstructions to deforming curves on a higher dimensional algebraic variety

Keywords ： Hilbert scheme, Deformation theory, Obstruction

固定された射影的代数多様体の閉部分スキーム全体の集合に代数スキームの構造を入れたものは**ヒルベルトスキーム**と呼ばれ，**代数幾何学**の分野において重要な研究対象の一つです．このヒルベルトスキームを**明示的に研究**し，その既約成分の数や次元，特異点など具体的性質について明らかにすることが研究の目標です．特に**高次元代数多様体上の曲線の変形障害**について，多様体上の有理曲線や楕円曲線の幾何学を用いて研究し，ヒルベルトスキームの特異性の原因について系統立てて明らかにしたいと考えています．

曲線のヒルベルトスキームはたとえ曲線を**幾何学的に良い対象**に制限しても，パラメータ空間としてのヒルベルトスキームは一般には**悪い特異点**を持つことが知られています（Mumford の例）.この例を一般化もしくは簡易化することにより，ヒルベルトスキームの特異点と多様体上の特殊な曲線との間に存在すると見られる**不思議な関係**について調べています。

Given a fixed projective algebraic variety, the set of all its closed subschemes is naturally endowed with a structure of an algebraic scheme and called the *Hilbert scheme*, which is an important object in *Algebraic Geometry*. I study the Hilbert scheme of curves on a variety of higher dimension (≥ 3) and the goal of my research is to describe its geometry explicitly, e.g., the number of irreducible components with a given Hilbert polynomial, the properties of each component, and so on. The Hilbert scheme of curves can have very *bad singularities* in general even though we restrict ourselves to curves that are sufficiently *geometrically nice*. The first such example was constructed by Mumford. By generalizing or simplifying this example, I am studying a *mysterious link* between the *obstructions to deforming curves* and some other curves of low genus (rational or elliptic curves) contained in the ambient variety.

$$
\begin{tikzcd}
C \arrow[d] & \in & W^{(56)} \arrow[d, "\mathbb{P}^{37}\text{-bundle}"] & \subset & \mathrm{Hilb}^{sc}\,\mathbb{P}^3 \\
(E,S) \arrow[d] & \in & U^{(19)} \arrow[d, "\mathbb{P}^{15}\text{-bundle}"] & \subset & G \times |\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(3)| \arrow[d] \\
E & \in & G^{(4)} & = & \{\text{lines in } \mathbb{P}^3\}
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{aligned}
\Lambda &:= |-K_{\mathbb{P}^3}|_S + 2E| \\
\dim W &= \infty_{(E,S)} + \dim \Lambda \\
&= \infty_E + \infty_{S(\supset E)} + 37 \\
&= 4 + 15 + 37 \\
&= 56.
\end{aligned}
$$

◆リンクページ(Link)：http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/
◆電子メール(address)：nasu@tokai-u.jp