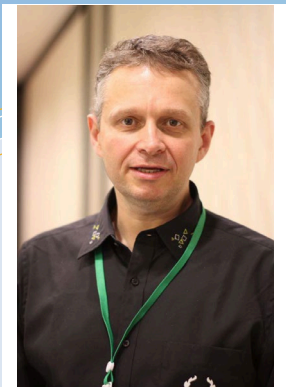


## 研究テーマ 距離と変分学の幾何学

### リーマン・フィン斯拉ー幾何学



教授 サバウ・バシレ・ソリン  
Professor Sorin V. SABAU

### The Geometry of Length spaces and Calculus of Variations – Riemann–Finsler Geometry

Keyword : Riemannian manifolds, Finsler manifolds, theory of geodesics, calculus of variations, length space, metric space

フィン斯拉ー幾何学はリーマン幾何学の一般化であり、即ち2次形式という制限抜きのリーマン幾何学である。1854年のB. Riemannの有名な大学就任講演で述べた接束上に可微分で正值かつファイバー座標について正1次斉次関数が与えられ、ヘッセ行列が正定値な関数はフィン斯拉ーノルムという。リーマン計量はもちろんこれに含まれる。

変分学に、「船が一定方向からの風が吹いている海を航行するとき、2点間の移動時間が最小となる軌跡を求めよ」というZermelo航海問題という興味深い問題がある。リーマン幾何では無風のとき測地線がその解となるが、無風でないときは特殊なフィン斯拉ー計量の測地線がその解になる。

フィン斯拉ー計量は幾何学、解析学はもちろん相対性理論、熱力学、光学、分子生物学などの応用分野に多く現れる。自然界はフィン斯拉ー的と言っても過言ではない。

私の興味は、測地線、距離関数や最小跡(cut locus)を用いてフィン斯拉ー多様体の幾何とトポロジーの研究をすることにある。

Finsler Geometry is a generalization of Riemannian Geometry as Riemannian Geometry without the quadratic restriction. Indeed, what we call today a Finsler norm was introduced by B. Riemann in his famous Habilitation Dissertation from 1854, namely a metric function that depends on position and direction. It is determined by a function defined on the tangent bundle of a manifold which is smooth, positive and homogeneous of degree 1 in the fiber coordinates. Riemannian metrics are included here. In the calculus of variations, there an interesting problem called the Zermelo navigation problem: „Find the paths of shortest travel time from an initial point to a destination under the influence of a wind or a current when we travel by a boat capable of a certain maximum speed.” The shortest travel time paths in this case are the geodesics of a Finsler metric. Notice that the shortest paths are geodesics of a Riemannian metric only when there is no wind. Finsler metrics naturally appear in Geometry, Analysis as well as in applications as Theory of Relativity, Thermodynamics, Optics, etc., supporting the idea that “the world is Finslerian”. I am interested in the study of the geometry and topology of Finsler manifolds by using the properties of geodesics, distance function and the cut locus.